

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КОНОТОПСЬКИЙ ІНСТИТУТ

Кафедра електронних
приладів і автоматики

Кваліфікаційна робота бакалавра
Розробка оптимального керування складною системою

студента гр. ЕІс3-61к

М.А.Чуня

Науковий керівник,
ст. викладач, к.т.н.

В.І.Васильєв

Нормоконтроль,
ст. викладач, к.т.н.

О.Д. Динник

Конотоп 2020

РЕФЕРАТ

Об'єктом дослідження кваліфікаційної роботи є методи і способи оптимізації керування складними електромеханічними системами.

Мета роботи полягає у дослідженні ефективності використання відомих способів оптимального керування для різних за природою інерційних властивостей: статичних і астатичних; поставленими технічними вимогами: за динамічністю, швидкодією, точністю.

При виконанні роботи використовувалися методи математичного аналізу, змінних станів і комп'ютерне моделювання динамічних, і частотних властивостей систем.

У результаті проведених досліджень встановлено, що при оптимізації керування складними системами доцільно більш ефективно враховувати і використати частотні властивості системи, а також обмеження впливів на динамічні координати системи. Тобто не тільки координати руху, але й її близьких, 1-ї і 2-ї похідних. Це забезпечує спосіб багатокординатного керування. На його основі можна побудувати робастні системи керування складними технічними системами.

Робота викладена на 33 сторінках, у тому числі включає 13 рисунків, таблиць, список цитованої літератури із 13 джерел.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: оптимальне керування, обмеження динамічних координат, частотні параметри системи, полюси передавальної функції, структурна стійкість і астатизм.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1 Класифікація та постановка завдання оптимального керування.....	5
РОЗДІЛ 2 Найпростіша оптимальна система другого порядку.....	11
РОЗДІЛ 3 Синтез оптимального за динамічними властивостями керування складною системою	20
3.1 Порівняльна характеристика способів оптимального керування	20
3.2 Спосіб оптимального управління системою високоточного швидкого сканування	28
ВИСНОВКИ	30
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	32

ВСТУП

Бурхливий розвиток техніки, інтенсифікація виробництва, необхідність збільшення продуктивності праці висунули перед ученими і інженерами, що працюють в області автоматичного керування (САК), завдання створення високоякісних систем автоматичного керування (САК), які здатні вирішувати все більш складні завдання управління і замінити людини в складних сферах його діяльності.

Паралельно з розвитком техніки розвивалася технічна кібернетика, що є базою сучасної автоматичної механіки і телемеханіки. Одним з найважливіших напрямків технічної кібернетики є теорія оптимальних автоматичних систем, яка зародилася в кінці сорокових років.

Під оптимальною САК розуміється найкраща у відомому сенсі система. Рішення проблеми оптимальності дозволить довести до максимуму ефективність використання виробничих агрегатів, збільшити продуктивність і якість продукції, забезпечити економію енергії і цінної сировини і т.п. У різних галузях техніки управління розгляд проблем оптимальності систем призводить до завдань побудови оптимальних за швидкістю САК, оптимальної фільтрації сигналу, прийнятого на тлі перешкод, побудови оптимальних прогнозують пристроїв, оптимальних методів розпізнавання образів, оптимальної організації автоматичного пошуку і т.п. Між усіма цими різними на перший погляд завданнями є внутрішній зв'язок, яка є базою для побудови єдиної теорії оптимальних систем.

РОЗДІЛ 1

Класифікація та постановка завдання оптимального керування

Оптимальним називають найкраще в деякому сенсі керування. У більшості випадків перевести об'єкт керування з одного стану в інший (з вихідного в заданий) можна безліччю способів. Ці способи реалізуються за допомогою різних законів керування. Часто серед них можна вибрати такий закон, щоб перехідний процес був оптимальним за певним критерієм (критерієм оптимальності). У якості критерію може виступати, наприклад, мінімум енергії, що витрачається на процес переходу або мінімум часу переходу. Критерій оптимальності формалізується у вигляді деякого функціонала, екстремум якого (мінімум або максимум) свідчить, що перехідний процес і керування оптимальні.

Загальний вид функціонала такий:

$$J = g_0(X(t_k), t_0, t_k) + \int_{t_0}^{t_k} f_0(X(t), U(t), t) dt \quad (1-1)$$

де X - вектор змінних стану об'єкта керування t_0 ; U вектор керуючих впливів; t_0, t_k початковий і кінцевий моменти часу перехідного процесу.

Функція g_0 визначає „якість” крайових станів, у тому числі, пов'язаних з величинами t_0 та t_k . Функція f_0 визначає „якість” траєкторій $X(t)$ і керування $U(t)$ на інтервалі $[t_0; t_k]$. Задача, у якій відшукується екстремум функціонала, називається задачею Больца. В окремих випадках функціонал може приймати такі види:

$$J = g_0(t_0, X(t_k), t_0, t_k) + \int_{t_0}^{t_k} f_0(X(t), U(t), t) dt \quad (1-2)$$

У першому випадку задача пошуку екстремуму називається задачею Майєра, у другому задачею Лагранжа.

Прикладами задачі Майєра є: задача максимальної швидкодії

$$J = t_k - t_0 \rightarrow \min, \quad (1-3)$$

задача на максимальну відстань переміщення

$$J = x(t_k) - x(t_0) \rightarrow \max. \quad (1-4)$$

Приклад задачі Лагранжа - задача на мінімальне енергоспоживання:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (1-5)$$

Вид підінтегральної функції критерію пояснюється тим, що потужність керуючого сигналу, як правило, пропорційна квадрату його амплітуди. Крім того, використання квадрату, а не першого ступеня керування $u(t)$ дозволяє врахувати ту обставину, що в перехідному процесі керування може бути від'ємним. В окремих випадках, коли відомо, що керування завжди додатне, функціонал може бути й більш простим:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} u(t) dt \rightarrow \min. \quad (1-6)$$

Можна показати, що задачі Майєра й Лагранжа мають однаковий ступінь загальності, тобто шляхом певних перетворень можна задачу Лагранжа представити у вигляді задачі Майєра і навпаки.

Важливою обставиною при розв'язуванні задач оптимального керування є те, що компоненти векторів X і U не можуть розглядатися як незалежні функції часу, здатні приймати будь-які значення. На вектори X і U обов'язково накладаються деякі обмеження у вигляді рівнянь зв'язку, гранично припустимих значень тощо. Як мінімум, варто вказати на диференціальні рівняння самого об'єкта керування,

що зв'язують компоненти векторів X , \dot{X} і U . Наприклад, розглянемо прямолінійний рух тіла масою m під дією керуючого впливу u , що створюється встановленим на тілі двигуном. Позначимо через x координату центру мас тіла й припустимо, що ніякі інші сили на тіло не діють. Тоді у відповідності із другим законом Ньютона рівняння руху тіла має вигляд $X(t)m=u$. Останнє рівняння еквівалентне системі двох рівнянь першого порядку: $\dot{x}_1=x_2$, $x_2m=u$.

Розділяють „класичні” (у вигляді рівностей) і „некласичні” (у вигляді нерівностей) обмеження. „Класичні”, у свою чергу, діляться на голономні, неголономні й ізопериметричні.

Голономні обмеження являють собою алгебраїчні рівняння зв'язку шуканих функцій $X(t)$ і $U(t)$, записані, для зручності, у вигляді однорідних рівнянь із нульовою правою частиною:

$$\varphi_i(X, U, t) = 0, \quad i = 1 \dots r, \quad (1-7)$$

де r - кількість алгебраїчних рівнянь.

Для задач оптимізації динамічних режимів роботи об'єктів керування голономні обмеження нетипові. Крім того, як правило, цих обмежень можна позбутися ще на етапі формулювання задачі шляхом відповідних перетворень. Тому надалі вони не розглядаються.

Неголономні обмеження являють собою диференціальні рівняння:

$$\varphi_i(X, \dot{X}, U, t) = 0, \quad i = 1 \dots n, \quad (1-8)$$

де n - кількість диференціальних рівнянь.

Це диференціальні рівняння об'єкта керування, а також інші рівняння, що дозволяють врахувати додаткові обмеження.

Ізопериметричні обмеження мають вигляд:

$$\int_{t_0}^{t_k} \varphi_i(X, U, t) dt = c_i = const, \quad i = 1 \dots k, \quad (1-9)$$

де k - кількість інтегральних рівнянь.

За допомогою певних перетворень ізопериметричні обмеження перетворюються в неголономні. Це перетворення полягає у введенні додаткових змінних, похідні яких за часом рівні підінтегральним виразам. Умовно говорячи, нові змінні „розширюють” вихідну систему рівнянь об’єкта.

Типовим прикладом неklasичних обмежень є обмеження на максимальні значення керуючих величин (обмеження на керування по модулю).

Інший вид додаткових умов, що накладаються на задачу це крайові умови, що визначають значення змінних об’єкта в початковий і кінцевий моменти часу перехідного процесу. За видом крайових умов розрізняють задачі із закріпленими кінцями, коли $X(t_0)$ і $X(t_k)$ відомі (задані), і задачі з рухомими кінцями, коли частина або всі компоненти цих векторів невідомі (можуть приймати довільні значення). Серед останніх задач часто зустрічаються задачі з вільним правим кінцем, у якій вектор $X(t_k)$ невідомий.

Залежно від визначеності моменту часу t_k задачі розділяють на задачі з фіксованим і нефіксованим часом. До останнього типу задачі відноситься задачі на максимальну швидкодію.

Отже, задача оптимізації керування полягає в тому, щоб знайти такі вектори $U(t)$ і $X(t)$, які доставляють екстремум функціоналу критерію оптимальності з урахуванням усіх обмежень і крайових умов. Ці вектори називаються відповідно оптимальним керуванням і оптимальною траєкторією. У результаті розв’язку задачі оптимальне керування може бути знайдене або як оптимальна програма.

Для побудови системи керування другий розв’язок, мабуть, більш бажаний, тому що дозволяє побудувати замкнену систему, здатну оптимальним чином функціонувати при будь-яких початкових умовах. Однак визначити оптимальну стратегію, як правило, набагато складніше, чим оптимальну програму. Розв’язування задач оптимізації динамічних режимів здійснюється різними методами, основними з яких є: класичне варіаційне числення; метод максимуму Понтрягіна; динамічне програмування Беллмана.

Дослідження що проводились на етапі проектування оптимальних систем показали, що структура оптимального керуючого пристрою залежить від

складності системи, а саме від порядку диференціального рівняння, що описує рух керованого об'єкту.

Для об'єктів першого і другого порядків наближення до оптимальному процесу досягається простими засобами. При управлінні об'єктом третього порядку структура керуючого пристрою стає складною, а при об'єктах більш високого порядку керуючий пристрій виявляється настільки складним, що його практична реалізація недоцільна. Виграш, отриманий тут за рахунок обліку додаткових ступенів свободи, незначний, а складність системи росте і, отже, надійність роботи погіршується. При розробці оптимальних систем практично доцільна така ідеалізація об'єктів управління, для якої опис руху зводиться до диференціальних рівнянь не вище третього порядку.

При створенні оптимальних систем необхідно враховувати різні обмеження, накладені на координати системи. Ці обмеження визначаються або фізичними властивостями об'єкта (природні обмеження), або накладаються при проектуванні САУ з міркувань нормальної роботи системи (штучні обмеження).

Обмеження зазвичай задаються у вигляді систем нерівностей.

Системи оптимального управління в залежності від характеру критерію оптимальності можна розділити на три типи:

- а) рівномірно-оптимальні системи;
- б) статистично-оптимальні системи;
- в) мінімаксне-оптимальні системи.

Рівномірно-оптимальна - це така система, у якої кожен окремий процес є оптимальним. наприклад, в оптимальних по швидкодії системах при будь-яких початкових-умовах і будь-яких збурень система приходить найліпшим в часі шляхом до необхідного стану.

У **статистично-оптимальній** системах критерій оптимальності має статистичний характер. Такі системи повинні бути найкращими в середньому. Тут не потрібно або неможлива оптимізація в кожному окремому процесі. В якості статистичного критерію частіше усього фігурує середнє значення будь-якого

первинного критерію, наприклад, математичне очікування виходу деякої величини за певні межі.

Мінімаксне-оптимальні - це такі системи, які в найгіршому випадку дають можливо найкращий результат. Вони відрізняються від рівномірно-оптимальних тим, що в не найгіршому випадку можуть дати найгірший результат, ніж будь-яка інша система.

Оптимальні системи можна також поділити на три типи в залежності від способу отримання інформації про керований об'єкті:

- 1) оптимальні системи з повною інформацією про об'єкт;
- 2) оптимальні системи з неповною інформацією про об'єкт і пасивним її накопиченням;
- 3) оптимальні системи з неповною інформацією про об'єкт і активним її накопиченням в процесі управління (системи дуального управління).

Створення САУ оптимальних за швидкодією має велике практичне значення. Ці завдання виникають при розробці високоякісних стежать систем, систем управління різними агрегатами, при оптимізації ряду технологічних процесів.

У подальшому викладі ми будемо в більшості випадків розглядати системи, оптимальні за швидкодією. Основне завдання теорії оптимальних процесів - це створення теоретичної бази синтезу оптимальних систем. синтез системи полягає у визначенні структурної схеми, характеристик і параметрів керуючої частини системи, що забезпечують при будь-яких допустимих значеннях зовнішнього впливу і будь-яких початкових умовах оптимальний процес в САУ.

Розділ 2

Найпростіша оптимальна система другого порядку

На рис. 2-1 показана блок-схема системи оптимального керування, для якої задана деяка частина системи С, описувана диференціальним рівнянням другого порядку:

$$\frac{d^2X|_1}{dt^2} = K_1 u. \quad (2-1)$$

На відміну від об'єкта управління С-частина системи, крім об'єкта управління, може містити частину керуючого пристрою, тобто об'єднує всі ланки САУ, які не можуть бути змінені при вирішенні завдання синтезу оптимальної системи.

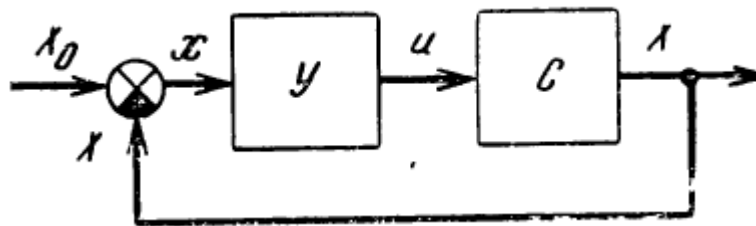


Рис.2.1. Блок схема оптимальної системи

Нехай $X_0 = \text{const}$. початкові умови нульові, т. е. при $t=0$

$$X = \frac{dX}{dt} = 0. \quad (2-2)$$

Задано одне обмеження:

$$\left| \frac{d^2X}{dt^2} \right| \leq M, \quad (2-3)$$

Де M – стала величина.

Неважко бачити, що для виконання умови (2-3) необхідно обмежити модуль керуючої величини i , що подається на С-частина системи.

Потрібно здійснити синтез керуючого пристрою. У таким чином, щоб перехідний процес в системі закінчувався в мінімально можливий час.

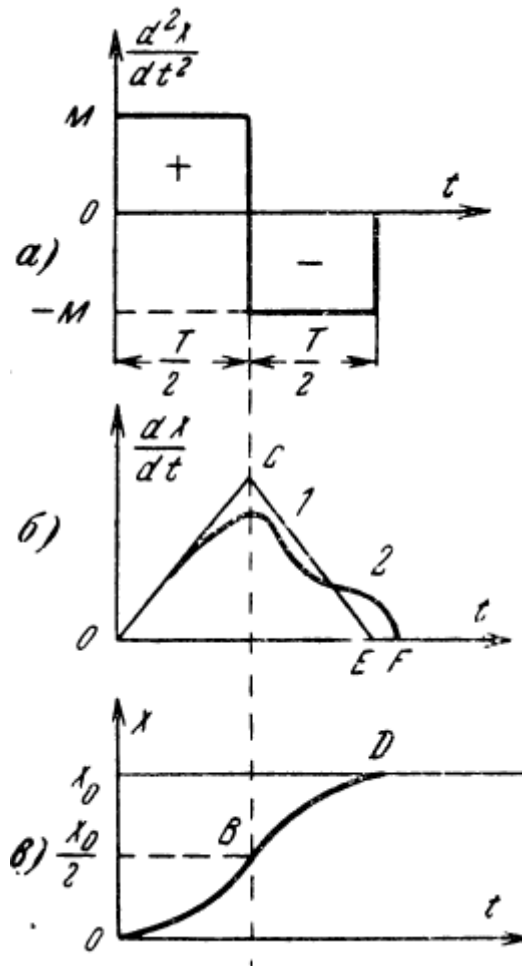


Рис.2.2. Оптимальне управління системою другого порядку

Як уже зазначалося, для отримання оптимального по швидкодії перехідного процесу необхідно підтримувати максимальний рівень керуючого впливу. В даному випадку, очевидно, спочатку необхідно здійснити з максимально допустимим прискоренням розгін системи і далі з максимально допустимим негативним по знаку прискоренням загальмувати систему (рис. 2-2, а).

В силу симетрії обмежень момент перемикання управління повинен знаходитися в середині інтервалу часу T протікання оптимального процесу.

При русі системи з позитивним прискоренням швидкість буде лінійно наростати в часі (рис. 2-2,б - крива 1):

$$\frac{dX}{dt} = Mt, 0 \leq t \leq \frac{T}{2}. \quad (2-4)$$

Шлях, пройдений системою за час $T/2$, дорівнює:

$$X = \frac{Mt^2}{2} \Big|_{T/2} = \frac{MT^2}{8}. \quad (2-5)$$

При русі системи з негативним за знаком прискоренням швидкість лінійно убуває:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{MT}{2} - M \left(t - \frac{T}{2} \right), \frac{T}{2} < t \leq T. \quad (2-6)$$

Довжина шляху наростає по закону

$$X = \frac{MT^2}{4} - \frac{M}{2} (T - t), \quad (2-7)$$

Звідки

$$X(T) = \frac{MT^2}{4}.$$

Пройдений шлях X виражається двома відрізками парабол OB і BD із загальною дотичною в точці B (рис. 2-2, в).

Для доказу того, що крива 1 на рис. 2-2,б відповідає оптимальному процесу, можна показати, що будь-яка інша крива, наприклад крива 2, при дотриманні обмеження (2-3) покриватиме ту ж площу за час більше, ніж 7. Це впливає з

того, що максимальний нахил кривої 2 не може бути більшим, ніж нахил ОС і СЕ, і, отже, будь-яка інша крива повинна перебувати при $t < T / 2$ під ОС, а при $t > T / 2$ крива 2 може перетнути криву 1 тільки один раз, інакше її нахил буде більше допустимого. Значить, точка F повинна лежати праворуч від точки E. Якщо допустити, що час позитивного прискорення взято трохи більшим, ніж час гальмування (рис. 2-3, а), то для того, щоб площа трикутника OAB залишилася рівною X_0 , нахил боку АВ повинен бути по абсолютній величині більше, ніж M (Рис. 2-3,б).

Якщо перейти до помилки $x=X_0-X$ і позначити $y=dx/dt$, то отримаємо рівняння фазових траєкторій САУ в параметричній формі

$$x = \lambda \pm \frac{M}{2} (t - t_1)^2; \quad (2-8)$$

$$y = \frac{dx}{dt} = \pm M(t - t_1), \quad (2-9)$$

Знаючи форму оптимального процесу, можна синтезувати У-частину системи. Керуючий сигнал i , що подається на вхід С-частини системи, повинен мати тільки два значення, які визначаються рівнянням (2-1),

$$u = \pm \frac{M}{K_1} \quad (2-10)$$

Такий сигнал u може бути сформований релейним елементом (рис. 2-4, а), на вхід якого подається величина v , що є функцією координат системи. На рис. 2-4, б приведена блок-схема оптимальної системи. Завдання обчислювального пристрою ВУ полягає в тому, щоб розрахувати час перемикання релейного елемента РЕ для переходу системи з розгону на гальмування. Це відбувається в моменти, коли вихідна величина v проходить через нуль.

На фазовій площині рух оптимальної системи другого порядку, що задається рівняннями (2-9) і (2-10), можна представити у вигляді двох сімейств парабол (рис. 2-5). Рівняння парабол виходять шляхом виключення часу t з (2-8) і (2-9):

$$x = \lambda \pm \frac{y^2}{2M} \quad (2-11)$$

Сімейство парабол 1 відповідає знаку плюс, сімейство 2-знаку мінус в рівнянні (2-12).

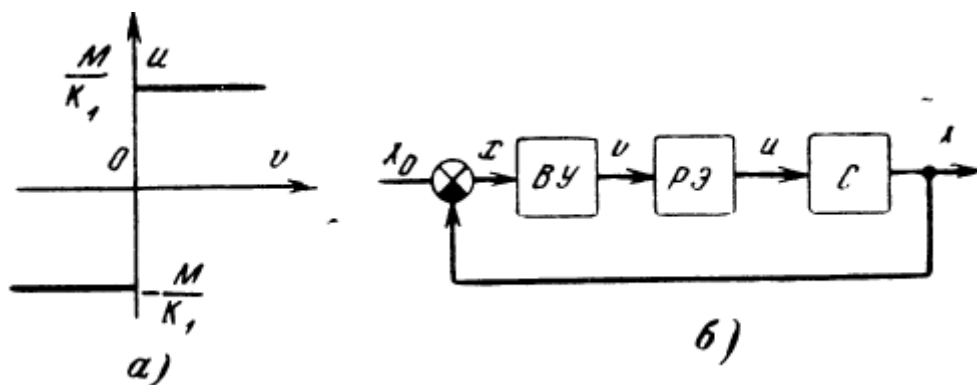


Рис.2.3. Характеристика релейного елемента (а) і блок-схема оптимальної системи (б)

Оптимальний рух системи, наприклад із точки з координатами $x=OA$, $y=0$, відбувається по оптимальній фазовій траєкторії ABO спочатку по параболі другого сімейства AB до перетину в точці B із параболою першого сімейства BO , яка проходить через нуль. Якщо рух починається із точки A' ($x<0$, $y=0$), то оптимальною траєкторією буде $A'B'O$.

Лінія, що складається із відрізків першого і другого сімейств і яка проходить через початок координат BOB' , називається лінією перемикання. Рівняння лінії перемикання можна отримати з рівнянь парабол обох сімейств за умови, що ці параболи проходять через початок координат.

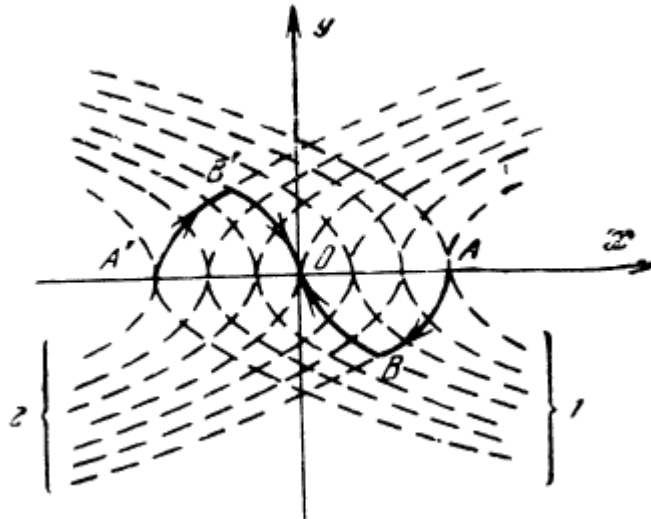


Рис.2.4. Фазовий портрет оптимальної системи другого порядку

Лінія перемикання на ділянці ВО - це парабола виду

$$x = \lambda + \frac{y^2}{2M}.$$

При $x=y=0$ отримаємо, що лямбда дорівнює нулю звідки

$$x = \frac{y^2}{2M}.$$

Так як на цій ділянці $x > 0$, а $y < 0$, то можна переписати це вираз:

$$x = -\operatorname{sign} y \frac{y^2}{2M}, \quad (2-12)$$

де

$$\operatorname{sign} y = \begin{cases} +1, & \text{если } y > 0; \\ -1, & \text{если } y < 0. \end{cases}$$

Рівняння для лінії перемикання на ділянці В'О має вигляд:

$$x = \frac{-y^2}{2M}.$$

На цій ділянці $x < 0$ і $y < 0$, тому також можна записати:

$$x = -\operatorname{sign} y \frac{y^2}{2M}. \quad (2-13)$$

Рівняння (2-12) і (2-13) збігаються, отже, для всієї лінії перемикання В'ОВ рівняння має вигляд:

$$x = - \operatorname{sign} y \frac{y^2}{2M} .$$

Використовуючи дане рівняння, запишемо вираз для керуючого сигналу на виході ВУ:

$$v = x + \operatorname{sign} y \frac{y^2}{2M} . \quad (2-14)$$

Неважко показати, що над кривою ВВВ ' $v > 0$, під кривою ВОВ' $v < 0$, а на лінії перемикання $v=0$. Таким чином, завданням обчислювального пристрою є вироблення сигналу управління релейним елементом згідно (2-14).

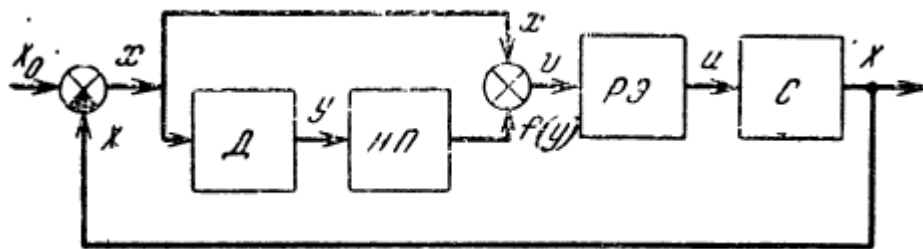


Рис.2.5. Розгорнута блок-схема оптимальної САУ другого порядку

Розгорнута блок-схема оптимальної системи управління другого порядку наведена на рис. 2-5. У керуючій частині є дифереціююча ланка Д, на виході якого утворюється величина $y=dx/dt$. Потім у подається на нелінійний перетворювач НП, де визначається функція

$$f(y) = \operatorname{sign} y \frac{y^2}{2M} .$$

Сигнали x і $f(y)$ підсумовуються і подаються на вхід релейного елемента.

Розглянута оптимальна система автоматичного управління може забезпечити швидкий перехідний процес не тільки при зазначених вище умовах, але і при

ненульових початкових умовах, а також в разі, якщо вхідний вплив змінюється з постійною швидкістю:

$$X_0 = A_1 + A_2 t,$$

де A_1 і A_2 – сталі.

При зазначеній реалізації (рис. 2-5) система стійко працює при великих відхиленнях x . При малих відхиленнях можливий режим автоколивань. Він може виникнути, наприклад, коли реальний елемент володіє гістерезисом (рис. 2-6, а). Наявність гістерезиса зрушує фазові траєкторії, з яких складається лінія перемикавання, на величину V_1 завдяки чому і утворюється граничний цикл (рис. 2-6, б). Амплітуду автоколивань можна визначити, знаючи величину гістерезису V_1 .

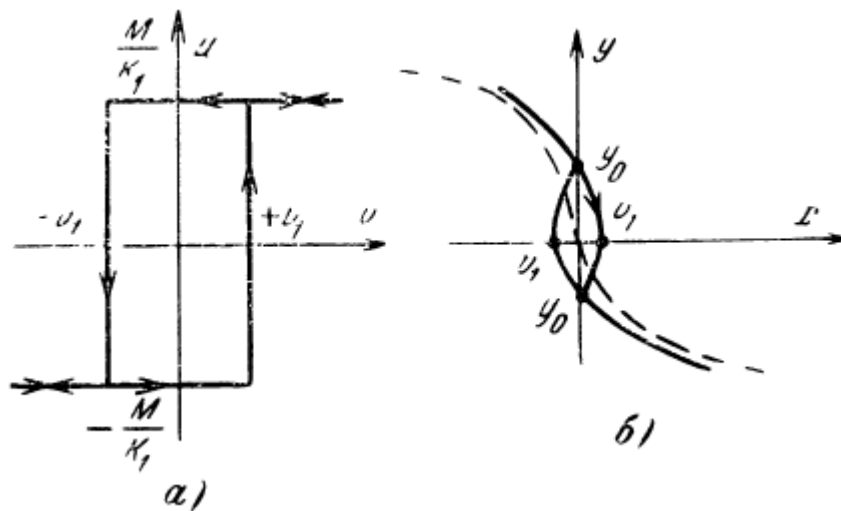


Рис.2.6. Характеристика реального реле (а) і утворення граничного циклу в реальній оптимальній САУ (б)

Автоколивання часто є небажаними в системі управління. Для придушення їх застосовуються ВУ з декількома законами управління. Наприклад, коли відхилення керованої величини стає малим, відключається релейний пристрій. В цьому випадку в системі будуть діяти два закони управління. При великих відхиленнях на вхід подається гранично допустимий реальний вплив $+U$, а при малих відхиленнях на систему подається безпосередня неузгодженість x . Для здійснення такої системи управління потрібно два обчислювальних пристрої: ВУ1

для здійснення оптимального управління і ВУ₂, яке здійснює перемикання сигналу за допомогою перемикає пристрої ПУ. Блок-схема системи з двома законами управління приведена на рис. 2-7.

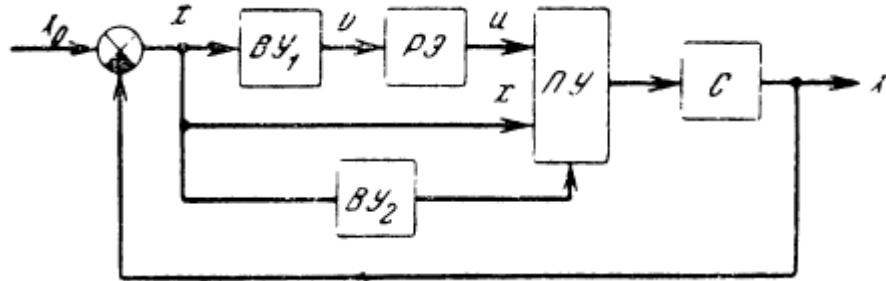


Рис.2.7. Блок-схема оптимальної САУ із двома законами керування

Розділ 3

Синтез оптимального за динамічними властивостями керування складною системою

3.1. Порівняльна характеристика способів оптимального керування.

Відомо що процес керування вважається оптимальним по динамічним властивостям, якщо при ступінчастому впливі забезпечується монотонний перехідний процес в заданий стан при мінімальному часі [1, 4, 11]. Тому для створення оптимального перехідного процесу в системі необхідно забезпечити почергову зміну динамічних координат руху в часі до досягнення обмежень. Наприклад, зміну координат: переміщення, швидкості, прискорення, ривку тощо.

Під оптимальним динамічним режимом систем з пружними властивостями розуміють відсутність внутрішніх механічних коливань в перехідних процесах [4]. Така система може бути названа оптимальної по динамічності або по динамічним навантаженням.

Фізичні і інформаційні процеси в технічних системах описуються класичними законами відповідних фундаментальних наук.

На їх основі проводиться математичний опис руху елементів або процесів в системі. Опис системи може бути виконаний в аналітичній, графічній формі або комбінованій. Графічна форма опису наочно показує усі істотні зв'язки елементів в системі і їх взаємодію.

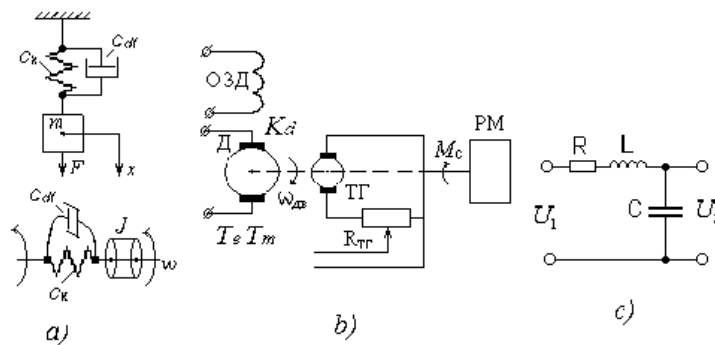


Рис. 3.1. Типові схеми елементів систем з аналоговими властивостями:
механічні (а), електромеханічні (б) і електричні (с)

Приклади принципів схем типових механічних, електромеханічних і електричних систем, представлені на рис.3.1.

Для створення адекватної математичної моделі динамічних властивостей системи користуються відповідними фізичними законами. Розглянемо, наприклад, моделювання динамічних властивостей механічної системи з пружними зв'язками. В якості вхідного сигналу приймемо зусилля F , що діє на масу m , а вихідною змінною приймемо відповідне переміщення маси, x . До інших параметрів системи відносяться коефіцієнт жорсткості C_k пружної частини і коефіцієнт, що враховує сили тертя C_{df} . Згідно другому закону Ньютона рівняння руху механічної системи:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(t) - C_{df} \frac{dx}{dt} - C_k x \quad (3-1)$$

Для зручності переходу до аналогового моделювання впорядкуємо и розділимо вихідну і вхідну частини диференційного рівняння.

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + C_{df} \frac{dx}{dt} + C_k x = F(t) \quad (3-2)$$

Застосуємо перетворення Лапласа-Карсона, перейдемо від функції реального часу t до функції комплексної змінної $p \rightarrow \frac{d}{dt}$, що в операторній формі символізує операцію диференціювання.

$$[mp^2 + C_{df}p + C_k]X(p) = F(p) \quad (3-3)$$

Отримане рівняння представимо у вигляді передаточної функції системи, що є співвідношенням операторного зображення виходу до входу і представимо його в стандартному і зручному для інтегрування вигляді

$$W(p) = \frac{X(p)}{F(p)} = \frac{k^{-1}}{mk^{-1}p^2 + ck^{-1}p + 1} = \frac{k^{-1}}{T_1T_2p^2 + T_2p + 1} = \frac{\frac{K}{T_1T_2}p^{-2}}{1 + \frac{1}{T_1}p^{-1} + \frac{1}{T_1T_2}p^{-2}}$$

$$\text{де } T_1T_2 = mk^{-1}, T_2 = ck^{-1}, T_1 = mc^{-1}, K = k^{-1}$$

$$X(p) = F(p) \frac{\frac{K}{T_1T_2}p^{-2}}{1 + \frac{1}{T_1}p^{-1} + \frac{1}{T_1T_2}p^{-2}} \quad (3-4)$$

Представимо отримане співвідношення у вигляді структурної схеми для моделювання аналоговими пристроями, або для подальшого визначення алгоритму програмування через метод змінних станів.

Структурна схема аналогової моделі для наданих умов має вигляд:

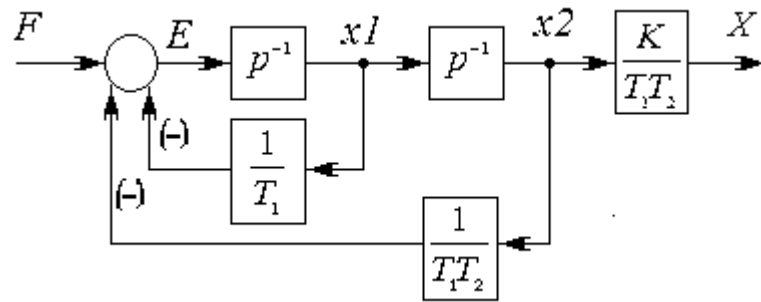


Рис. 3.2. Структурна модель для аналогового моделювання і подальшим переходом до цифрового моделювання.

На підставі отриманої структурної схеми визначимо значення сигналів для цифрового (комп'ютерного) моделювання. Як зазначено вище при цифровому методі обчислень процеси розгортаються послідовно в часі. Це важливо при виконанні деяких обчислень, пов'язаних з необхідністю зберігання результатів проміжних обчислень. В даному випадку виконання процесів інтегрувань за будь-яким методом передбачає такі умови. Тому приймемо шаг квантування T , значення якого визначається з компромісу між необхідною точністю і часу обчислень. В якості методу інтегрувань приймемо метод трапецій. Тоді алгоритм моделювання буде складатися з системи рівнянь:

$$\begin{cases} E = F - x1/T1 - x2/(T1T2), \\ X = x2 \cdot k/(T1T2), \\ x1n = x1n-1 + 0.5 \cdot (En + En-1) \cdot T, \\ x2n = x2n-1 + 0.5 \cdot (x1n + x1n-1) \cdot T \end{cases}$$

На підставі отриманого алгоритму складається програма моделювання динамічних властивостей механічної системи з пружними властивостями. Результати моделювання отримані у графічному форматі і представлені на рис. 3. Програма може бути використана також при синтезі оптимального за динамічними властивостями керування на основі методів технічної кібернетики.

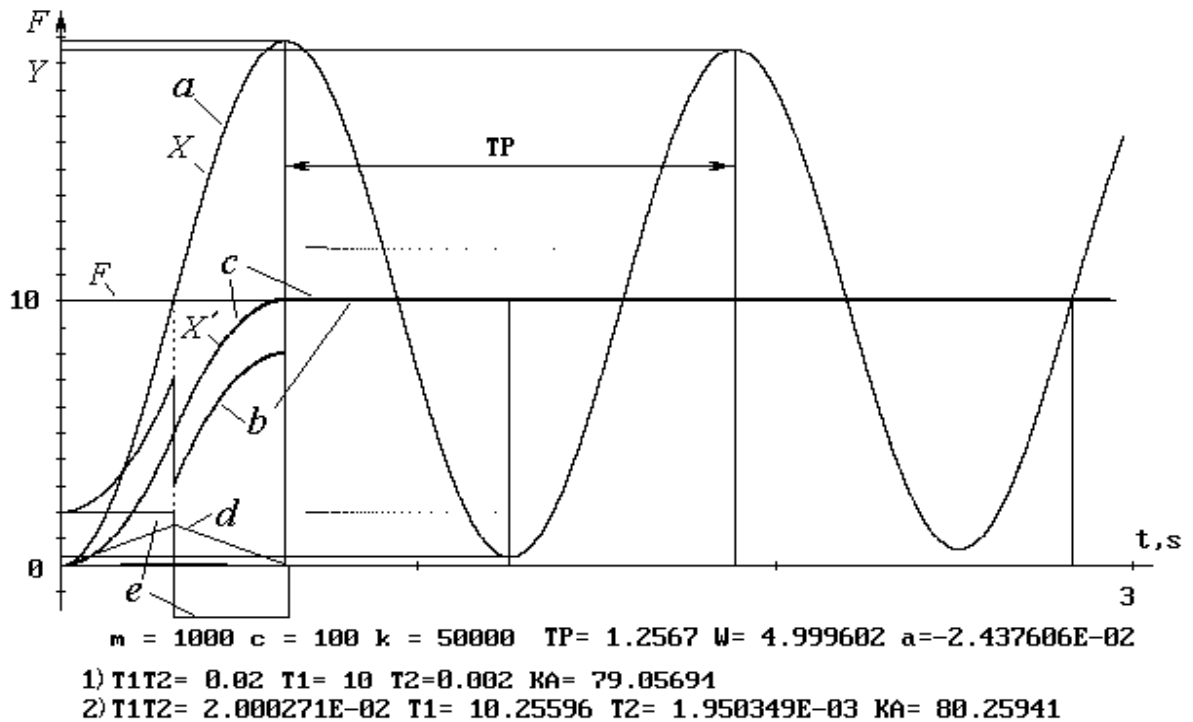


Рис. 3.3. Часові діаграми моделювання динамічних властивостей механічної системи з пружними властивостями (а) без застосування і (b) з застосуванням способу оптимального керування за динамічними властивостями

Діаграми: с – функція впливу по основній координаті, d – по першій похідній, e – по другій похідній, b=c+d+e – функція сумарного багатокординатного впливу на систему.

У системах із багатьма рухомими масами і декількома ступенями свободи оптимізацію здійснюють по основній (низької) частоті. Розглянемо питання синтезу керуючого впливу, що оптимізує процес, на прикладі двох масової пружної системи. При цьому будемо вважати, що електропривод дозволяє плавно змінювати швидкість обертання в широкому діапазоні, а коефіцієнт пружності $c_1 = c_2 = c$. Передаточна функція по відношенню до динамічного зусилля F_1

$$W(p) = \frac{F_1(p)}{F_{\text{де}}(p)} = \frac{c}{m_1(p^2 + \omega^2)}, \quad \text{де } \omega = \sqrt{\frac{2c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \quad (3-5)$$

Якщо $F_{\text{де}}$ в період пуску збільшується за лінійним законом, наприклад, $F_{\text{де}} = \varepsilon t$, то двох масова система згідно перетворенню Лапласа-Карсона:

$$F_1(p) = \frac{\varepsilon c}{m_1 p(p^2 + \omega^2)} = \frac{\varepsilon c}{m_1 \omega^2} \left(\frac{1}{p} - \frac{p}{p^2 + \omega^2} \right). \quad (3-6)$$

Отже,

$$F_1(t) = \frac{\varepsilon c}{m_1 \omega^2} t - \frac{\varepsilon c}{m_1 \omega^3} \sin \omega t. \quad (3-7)$$

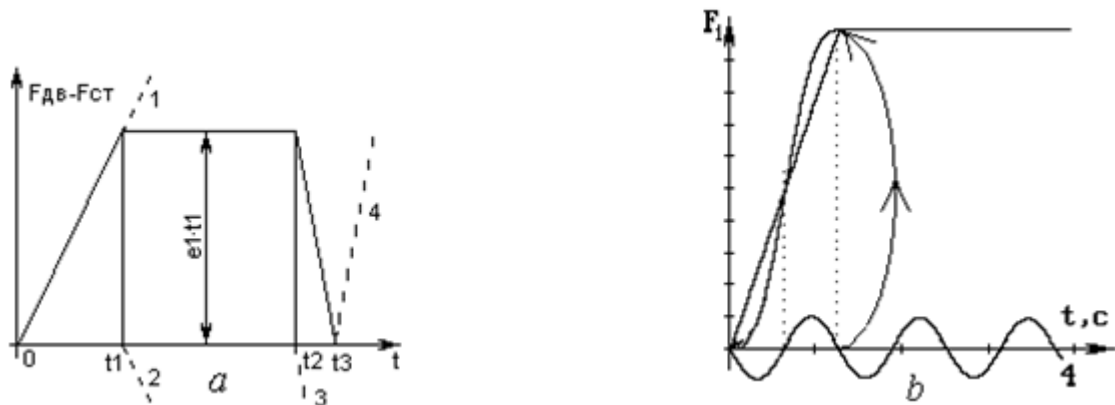


Рис. 3.4. Трапецеїдальна діаграма впливу на пружну систему (а). Діаграма перехідного процесу в пружній системі при лінійному впливі протягом періоду її власних коливань (b)

Проаналізувавши (3-7) можна зробити висновок, що складовими перехідного процесу є пряма лінія і синусоїда. Звичайно в реальних системах $F_{дв}$ збільшується до визначеного значення, а у кінці періоду прискореного руху стає рівним силі статичних опорів.

Така кусково-лінійна характеристика може бути описана системою звичайних лінійних рівнянь, яким відповідають графіки 1, 2, 3, 4.

$$F_{дв} - F_{cm} = \begin{cases} \varepsilon_1 t & \text{при } 0 \leq t \leq t_1 \\ \varepsilon_1 t - \varepsilon_1 (t - t_1) = \varepsilon_1 t_1 & \text{при } t_1 \leq t \leq t_2 \\ \varepsilon_1 t_1 - \varepsilon_2 (t - t_2) & \text{при } t_2 \leq t \leq t_3 \\ \varepsilon_1 t - \varepsilon_2 (t - t_2) + \varepsilon_2 (t - t_3) = 0 & \text{при } t \geq t_3 \end{cases} \quad (3-8)$$

При $F_{cm} = 0$ рівняння (3-1) відповідає графікам 1 і 2 запишеться так:

$$F_{11}(t) = \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^2} t - \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^3} \sin \omega t; \quad (3-9)$$

$$F_{12}(t) = \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^2} (t - t_1) - \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^3} \sin \omega (t - t_1) \quad (3-10)$$

Якщо в (11) прийняти $t_1 = 2\pi / \omega$, то $F_{12}^*(t) = \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^2} (t - t_1) - \frac{\varepsilon_1 c}{m_1 \omega^3} \sin \omega t$

Отже на ділянці $t_1 \leq t \leq t_2$ динамічна складова зусилля F_1 буде змінюватися за законом $F_1(t) = F_{11} - F_{12}^* = \frac{\varepsilon_1 c t_1}{m_1 \omega^2} = \frac{2\pi c \varepsilon_1}{m_1 \omega^3}$, при t_1 рівному періоду власних коливань пружної системи коливального процесу не буде і система буде оптимальною по динамічності. Графік зміни F_1 представлений на рис. 3.4 б.

До таких об'єктів керування відносяться електромеханічні системи з пружними зв'язками. Вони характеризуються складаними перехідними процесами и тому вимагають раціональних способів керування. Зокрема, за лінійним законом впливу на систему протягом часу, кратному періоду власних коливань системи, або інший варіант способу – двоступінчастій вплив із затримкою часу застосування другого ступеня на половину періоду власних коливань системи. Такі способи застосовуються в звичайних робочих режимах. При цьому необхідно враховувати деякі особливості способу, пов'язані з точністю визначення параметру періоду власних коливань системи. Для цього проведемо додаткові комп'ютерні моделювання обох варіантів в разі відхилень розрахункових параметрів керуючого впливу на пружну систему від реальних на $\pm 50\%$. Результати представлені на рис. 3.5 а, б. Очевидно, що такий спосіб не дивлячись на простоту вимагає точного визначення параметру реального періоду коливань системи в момент впливу.

У [8, 9, 10] описаний спосіб, вільний від зазначених недоліків технічних рішень що описані вище. Сутність способу полягає в найбільш досконалому застосуванню другого закону Ньютона в умовах динамічних процесів шляхом одночасного впливу на об'єкт по кільком динамічним координатам: основної

координаті руху і її першої та другої похідним, приведеним до основної координаті. При цьому координати функціонально пов'язані між собою природною диференційною залежністю, обмежені по амплітуді природними властивостями і узгоджені з енергетичними ресурсами приводу, що діє на об'єкт керування. Результати комп'ютерного моделювання способу представлені на рис.3.5 (діаграми *b, c, d, e*) і порівняння на рис.3.5. Зазначені технічні рішення сприяють оптимальному по динамічним властивостям перехідному процесу. Результати наочно демонструють перевагу багатокординатного керування складними системами, особливо в критичних ситуаціях пов'язаних з обмеженнями в часі. Оптимально визначений багатокординатний вплив на динамічні координати складної системи по якості керування подібний визначенню позиції об'єкта в ортогональній системі координат.

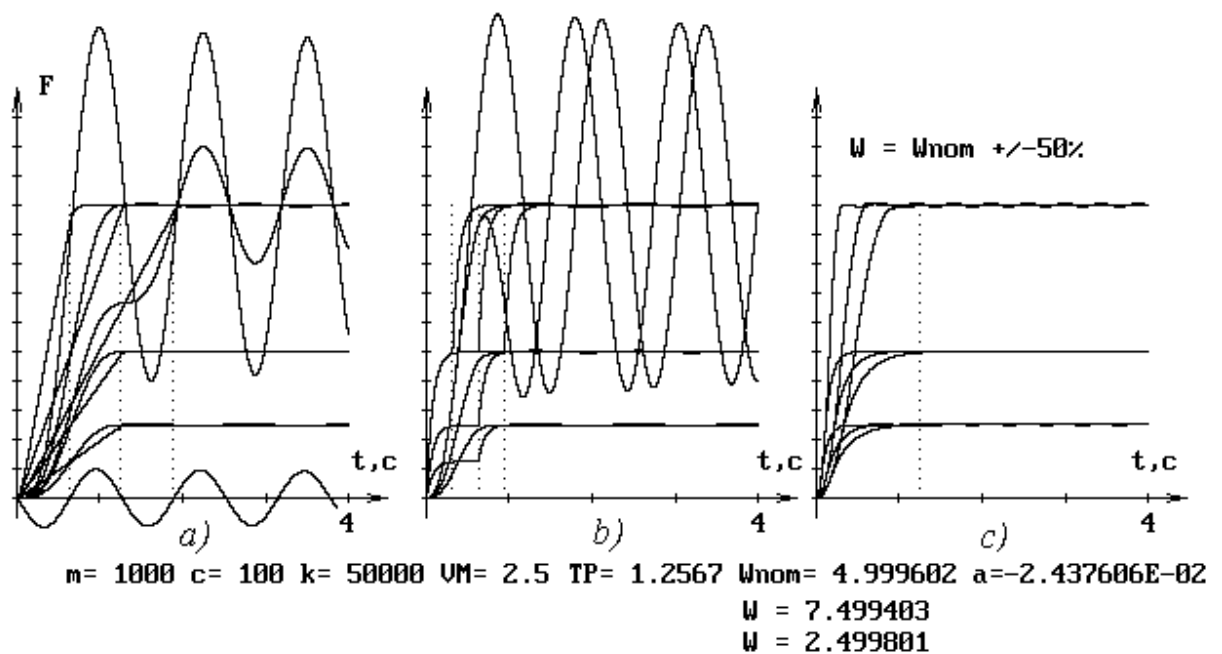


Рис. 3.5. Порівняльні характеристики динаміки пружної системи при різних способах впливу на пружну систему і при відхиленні розрахункових частотних параметрів на $\pm 50\%$

а) лінійний вплив керуючого сигналу за час, відповідний періоду власних коливань;

б) двох ступеневий вплив з затримкою другого ступеня на півперіоду;

Параметри: m – приведена до двигуна маса частин що рухаються, c – коефіцієнт опору і k – жорсткість пружної частині. T_P – період, ω – кругова частота, α – коефіцієнт демпфірування.

с) багатокординатний вплив по основній координаті руху і двом її похідним приведеним до основної координаті.

3.2 Спосіб оптимального управління системою високоточного швидкого сканування

Високоточні, швидкодіючі і надійні системи управління складають основу технічного прогресу в сучасних інформаційних і кібернетичних технологіях. Зокрема, пропонується використовувати системи з астатизмом другого порядку і вище для радарів з швидким скануванням. Тоді правильно підібрані параметри самонастроювання зводять до мінімуму вплив помилок динамічної автонастройки самокомпенсуючого заважає випромінювання (АКМІ) [13]. Аналогічні проблеми виникають при створенні високоточного позиціонування сучасних лазерних систем в медицині, систем виявлення і стеження для високошвидкісних і високоманеврових рухомих об'єктів в інших областях сучасної техніки. Збільшення порядку астатизма є найбільш ефективним способом підвищення точності систем. Однак астатизм високого порядку суттєво погіршує демпфіруючі властивості системи, швидкодія і керованість [14].

Як правило, інваріантні методи управління реалізуються з використанням комбінованих систем управління. Тобто відхилення вихідної змінної контролюється з урахуванням заданого значення і зовнішніх перешкод на систему. Пропоновані тут технічні рішення [13,15] забезпечують її високу точність по відношенню до функції управління і зовнішніх перешкод. Спосіб використовує багатокординатний вплив на систему через її динамічні координати. Управління враховує частотні і динамічні властивості системи і здійснюється через спеціальний нелінійний фільтр.

Багатокоординатний вплив забезпечує хорошу динаміку руху системи по найкоротшій траєкторії і високу точність. Алгоритм управління враховує частотні властивості системи, динамічні параметри приводу і здійснюється через нелінійний фільтр, наприклад, 2-го порядку, який синтезує 3-координатне управління системами з астатизмом 2-го і 3-го порядку. Приклад блок-схеми пристрою для оптимального управління динамічними системами з 2-м і 3-м порядком астатизма представлений на малюнку 1, а результати комп'ютерного моделювання на малюнку 3.7.

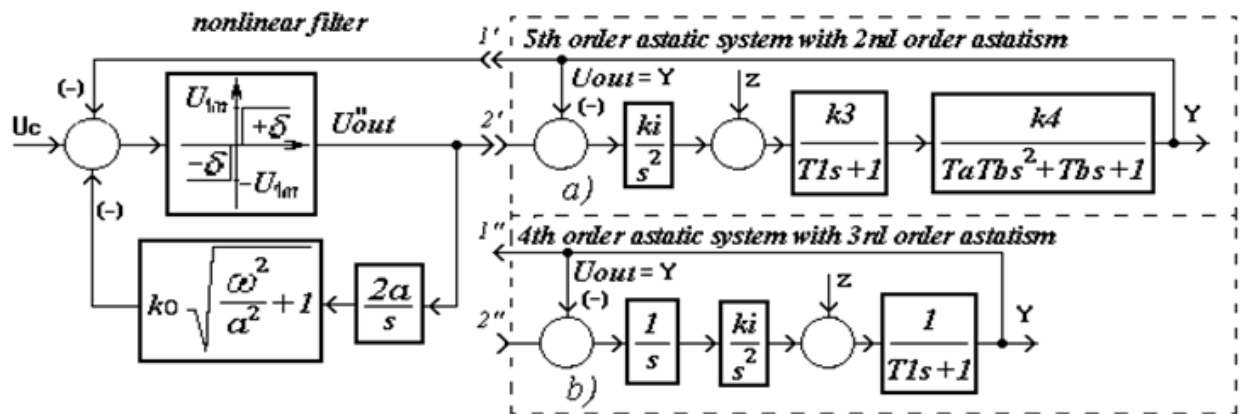


Рис.3.6. Модель структурної схеми пристрою керування для систем із астатизмом 2-го, 3-го порядку, ω , α , s - частота, коефіцієнт затухання, оператор Лаплас

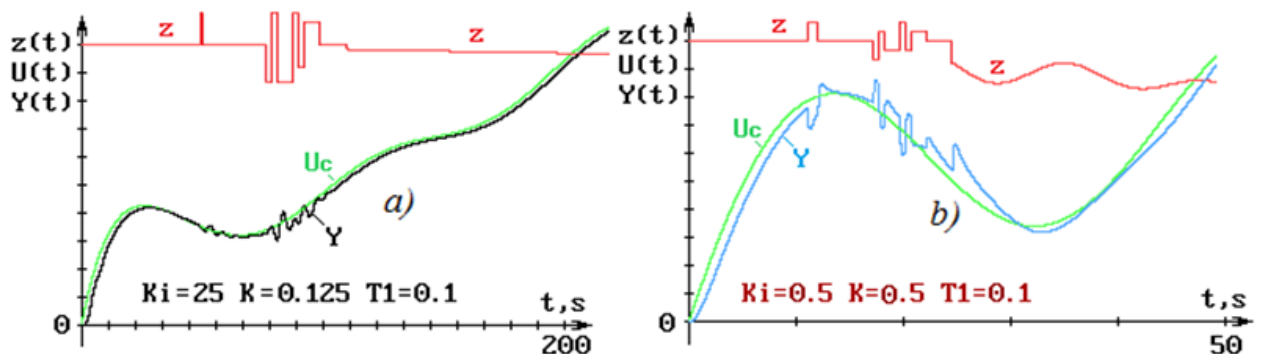


Рис.3.7. Перехідні характеристики систем із астатизмом: а) 2-го порядку; б) 3-го порядку. U_c – сигнал керування рухом; z – зовнішній вплив на систему; Y – контрольована координата руху

ВИСНОВКИ

Таким чином, оптимальне виконання поставленого завдання забезпечується наступними технічними рішеннями [14].

1. Раціональний спектр сигналу управління системою. Функція управління системою в часі відповідно до перетворенням Фур'є може бути представлена спектром елементарних періодичних функцій. Астатична система, на яку спрямована функція управління, характеризується своїми частотними параметрами, і всі інші частоти є перешкодами, які збуджують реактивні процеси в системі і погіршують якість управління. Використання тільки раціональних частотних спектрів функції управління і придушення інших спектрів запобігає умови виникнення реактивних процесів в перехідних режимах, підвищує стійкість системи і її якість.

2. Вибір параметрів системи для оптимального управління. Під час руху системи параметри, що визначають її динамічні властивості змінюються, що необхідно враховувати. При синтезі алгоритмів керування складними системами використовують методи апроксимації, які оптимізують управління за рахунок зменшення кількості важко контрольованих параметрів. У пропозованих технічних рішеннях математичний опис динамічних властивостей системи апроксимується описом на основі частотних параметрів системи першої гармоніки, які визначаються датчиками. Це дозволяє ефективно керувати складною системою навіть при значних відхиленнях розрахункових параметрів від реальних [14].

3. Швидкодія і енергоефективність. Мінімізація часу і траєкторій перехідних режимів забезпечується циклічно, послідовними перемиканнями управляючих впливів на динамічні координати системи, починаючи з найвищої похідної функції управління і закінчуючи функцією управління. Крім того, координати обмежені фізичними властивостями системи і початок зміни кожної координати відповідає досягненню межі за попередньою координаті. Це забезпечує сталість

знака першої похідної і монотонний перехід основної координати руху в заданий стан (обмеження) [14, 15].

4. Запас стійкості (демпфірування). Структура астатичних систем включає в себе n інтегруючих пристроїв, які вводять негативні зрушення фаз в частотно-фазову характеристику системи. Відповідно, фазова характеристика такої системи на будь-якій частоті починається з $-\pi/2$. Необхідний запас стійкості системи по управлінню і обуренню може бути забезпечений раціональним перерозподілом полюсів і нулів передавальної функції або, наприклад, введенням фазових зрушень у функції управління. Наявність в керуючій функції компонентів похідних функції управління, визначених з урахуванням частотних властивостей системи і динамічних властивостей приводу, забезпечує фіксовані зрушення фаз до $+\pi/2$, які компенсують інерційні властивості системи і створюють необхідний демпфірування. Таке демпфірування не змінює амплітудно-частотну характеристику системи, оскільки модуль частотної передавальної функції, що вноситься способом, $|W(j\omega)| = 1$. Це не впливає на швидкодію системи, її смугу пропускання, компенсує природну для астатичних систем інерційність без зміни їх властивостей [14, 15].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Солодовников В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. // – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
2. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления – М.: Машиностроение, 1986. – 448 с.
3. Чермалых В.М. Исследование сложных электромеханических систем. – Киев, КПИ, 1979. – 63 с.
4. Ажогин В. В. Моделирование на цифровых, аналоговых и гибридных ЭВМ / В. В. Ажогин, М. З. Згуровский // – К. : Вища школа., 1982. – 280 с.
5. Спосіб гальмування шахтної підйимальної установки. Патент України на винахід UA114179 / В.І.Васильєв, Є.В.Васильєв // – Київ.:ДП “УПВ” (Укрпатент), опубл. 10.05.2017, бюл. № 9.
6. Спосіб оптимального керування астатичними системами. Патент України на винахід UA117229 / В.І.Васильєв, Є.В.Васильєв // – Київ.:ДП “УПВ” (Укрпатент), опубл. 10.07.2018, бюл. № 13.
7. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука, Физматлит, 1998, с.555.
8. Васильєв, В.І. Дослідження способів оптимального керування динамічними системами /В.І. Васильєв, Є.В. Васильєв // Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи (теорія, практика, історія, освіта) РТПСАС’2014: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції (Київ, 11–16 березня 2014 р.). - Київ: 2014. — С. 51-53.
http://conf.rtf.kpi.ua/attachments/article/260/RTPSAS_2014_s2_t2.pdf
9. Васильєв В.И. Оптимальное управление сложными динамическими системами / В.И. Васильєв, Е.В. Васильєв // East European Scientific Journal #5(45), 2019, p.32-44. Jerozolimskie 85/21, 02-001 Warsaw, Poland (Східноєвропейський науковий журнал #5(45), 2019, С.32-44) — https://eesa-journal.com/wp-content/uploads/EESA_may1.pdf

10. Vasyliiev, V.I. The method for optimal control of high precision quick scanning system. [Текст] / V.I. Vasyliiev, E.V. Vasyliiev // Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи (теорія, практика, історія, освіта) РТПСАС'2019: Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції (Київ, 18–24 листопада 2019 р.). - Київ: 2019. — С. 147-149.
http://conf.rtf.kpi.ua/attachments/article/1114/RTPSAS_2019_s5_t04.pdf
11. Постников М.М. Устойчивые многочлены / М.М. Постников //— М.: Едиториал УРСС, 2004. – 176 с.
12. Белоус А.И. СВЧ-электроника в системах радиолокации и связи: техническая энциклопедия: в 2 кн. Кн. 1 / Белоус А.И., Мерданов М.К., Шведов С.В. — М.: Техносфера, 2016. — 685 с.
13. <http://nuclphys.sinp.msu.ru/enc/e082.htm>